(مقالهٔ پژوهشی)

بررسی اثرات لقی مفاصل لولایی بر رفتار سینماتیکی ربات موازی صفحه‌ای 3RPR*

سید مجتبی واردی کولایی[۱] مهدی بامداد[۲] برزو فتحی[۳]

چکیده *برای ایجاد حرکت نسبی بین عضوهای متصل‌به‌هم در یک مکانیزم، وجود لقی در مفاصل امری اجتناب‌ناپذیر است. علاوه بر ایجاد خطا در دقّت موقعیت‌یابی، وجود لقی یکی از مهم‌ترین عوامل ایجاد ضربه، شوک و در نتیجهٔ تولید ارتعاشات و صدا در هنگام کارکرد مکانیزم است. تلورانس‌ها و خطاهای ناشی از فرایند طراحی و ساخت، سائیدگی و خوردگی مفاصل بعد از یک دورهٔ معیّن کاری و اثرات حرارتی به‌عنوان مهم‌ترین عوامل ایجاد و افزایش لقی شناخته شده‌اند. بدیهی است که در صورت وجود لقی در مفاصل لولایی، یک یا دو درجهٔ آزادی غیرقابل‌کنترل به مکانیزم افزوده می‌شود که می‌تواند منبع ایجاد خطا باشد. در این مقاله، اثرات لقی مفاصل لولایی بر رفتار سینماتیکی ربات موازی صفحه‌ای 3RPR مورد بررسی قرار می‌گیرد. ربات موازی در نرم‌افزار تحلیل دینامیکی آدامز مدل‌سازی شده و نتایج شبیه‌سازی برای دو حالت ایده‌آل (بدون لقی) و حالت واقعی (با لقی) با هم مقایسه می‌شوند. همچنین اثرات اندازه لقی مفاصل و تأثیر آن بر رفتار ربات نیز مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتایج عددی نشان می‌دهند که با افزایش اندازه لقی، مقادیر سرعت و شتاب افزایش چشم‌گیری می‌یابند.*

واژه‌های کلیدی لقی مفصل؛ سینماتیک؛ تحلیلی دینامیکی؛ نرم‌افزار آدامز؛ ربات موازی صفحه‌ای 3RPR.

The Effects of Revolute Joint Clearance on the Kinematic Behavior of the 3RPR Planar Parallel Manipulator

S.M. Varedi-Koulaei M. Bamdad B. Fathi

Abstract *To create a relative movement between connected members in a mechanism, the presence of clearance in the joints is inevitable. In addition to raise errors in positioning accuracy, the presence of clearance is one of the most important factors in causing impact, shock, and thus the production of vibrations and sound during the operation of the mechanism. Tolerances and errors due to the process of design and construction, wear and corrosion of joints after a certain period of work and thermal effects are known as the most important sources in creating and increasing clearance. Obviously, if there is a clearance in the revolute joints, one or two degrees of uncontrollable freedom are added to the mechanism, which can be the source of the error. In this paper, the clearance effects of revolute joints on the kinematic behavior of a 3RPR parallel robot are examined. Parallel robots are modeled in the Adams Dynamic Analysis Software, and the simulation results are compared for two ideal (without clearance) and real mode (with clearance). The effects of joint clearance size and its effect on robot behavior are also evaluated. Numerical results show that by growing the size of the clearance, the values of velocity and acceleration increase dramatically.*

Key Words Joint Clearance, Kinematics, Dynamic Analysis, ADAMS Software, 3RPR Planar Parallel Manipulator.

★تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۱۱/٤ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۲/۳ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/fum-mech.v31i1.84217

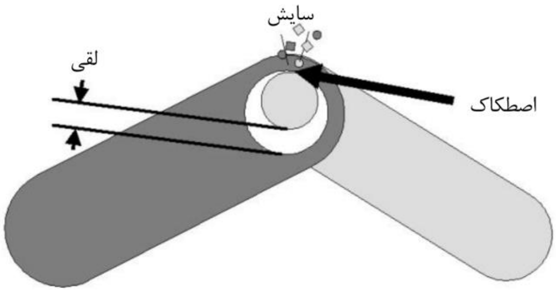
(۱) استادیار، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

(۲) نویسنده مسئول: استادیار، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران، bamdad@shahroodut.ac.ir

(۳) کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی بابل، بابل، ایران

مقدّمه

یکی از مزایا و انتظارات استفاده از یک مکانیزم موازی، دقّت در عملکرد آن است. در نتیجه، فرآیندهای ساخت اعضای مکانیزم همانند لینک‌ها و یا از آن مهم‌تر، مفاصل که دارای اجزای پیچیده‌تری هستند، باید با دقّت زیاد و استفاده از تکنیک‌های مدرن صورت پذیرد. اگرچه در این زمینه، تکنولوژی پیشرفت قابل‌ملاحظه‌ای داشته است و روش‌های ساخت با دقّت زیادی ارائه شده‌اند، ولی بااین‌حال وجود تلورانس‌هایی بین اجزای متصل‌به‌هم اجتناب‌ناپذیر است. در واقع، برای ایجاد حرکت نسبی بین عضوهای متصل‌به‌هم، وجود لقی در مفاصل یک مکانیزم ضروری است. در نتیجهٔ وجود این فواصل بسیار اندک بین اجزای یک مکانیزم و یا یک ربات، تأثیرات قابل‌ملاحظه‌ای در موقعیت نقطهٔ کارکرد آن حاصل می‌گردد که با انتظار طراح از دقّت زیاد مغایرت دارد. علاوه بر ایجاد خطا در دقّت موقعیت‌یابی، وجود لقی یکی از مهم‌ترین عوامل ایجاد ضربه، شوک و در نتیجه تولید ارتعاشات و صدا در هنگام کارکرد مکانیزم است. تلورانس‌ها و خطاهای ناشی از فرایند طراحی و ساخت، سائیدگی و خوردگی مفاصل بعد از یک دورهٔ معیّن کاری و اثرات حرارتی به‌عنوان مهم‌ترین عوامل ایجاد و افزایش لقی شناخته شده است. همچنین، لقی بین دو بخش در حال اتصال در مفصل صلب، سبب پس‌زنی می‌شود. همچنین در همه مفاصل فوق، یک حرکت نسبی بین دو جسم وجود دارد که موجب اصطکاک، سایش و در نتیجه افزایش لقی می‌شود (شکل ۱). بدیهی است که در صورت وجود لقی در یک مفصل لولایی، دو درجهٔ آزادی غیرقابل‌کنترل به مکانیزم افزوده می‌شود که می‌تواند منبع ایجاد خطا در رفتار دینامیکی آن باشد.



شکل «۱»: وجود لقی و اثرات آن در مفصل

در سال‌های اخیر، محقّقان در تلاش بوده‌اند تا به شناخت کاملی از رفتار مکانیزم با توجّه به وجود لقی در مفاصل لولایی دست یابند. در واقع تأثیر وجود لقی بر دقّت مکانیزم یکی از موضوعات مهمی است که اخیراً موردتوجّه بسیاری قرار گرفته است.

در ابتدا کلهاتکار و یانیک [1] در سال ۱۹۷۰ اثر پرش در مفصل را در تولید تابع مکانیزم بررسی نموده و بیشترین مقدار انحراف خروجی به علّت لقی را محاسبه کردند. سپس، دابوسکی و فردونشیتاین [2,3] پیش‌بینی پاسخ دینامیکی مکانیزم دارای مفصل لق را بررسی کردند. ارلس و وو [4] مدلی را با فرض تماس دائم برای لقی ارائه کردند. در این مدل، با فرض اینکه دو عضو به‌طور دائم با هم در تماس‌اند، لقی به‌وسیله یک عضو مجازی بدون جرم جایگزین می‌شود. این کارهای آغازین در مورد لقی با چندین مورد دیگر ادامه یافت تا اینکه در سال ۱۹۹۰، لنکرانی و نیک‌روش [5] مدل جدید و ماندگاری را بر اساس تئوری هرتز [6]، برای نیروی تماسی در محل مفصل لق ارائه کردند. در این مدل ارزشمند، برای درنظرگرفتن اتلاف انرژی در حین برخورد، جمله میرایی (Damping term) به رابطهٔ هرتز افزوده شده است. این مدل تا به امروز موردتوجّه و مورداستفاده بسیاری از محقّقان دیگر قرار گرفته است. فلورز و همکارانش در کارهای خود از این مدل برای بررسی سینماتیک و دینامیک مکانیزم لنگ- لغزنده بهره برده‌اند [7,8] و اثر روغن‌کاری در مفصل لق و تأثیر آن بر دینامیک مکانیزم را نیز بررسی نمودند [9]. چواب و همکارانش [10] مقایسه‌ای میان

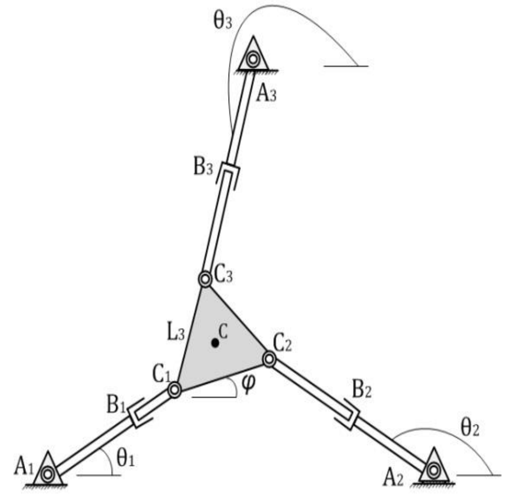
مدل‌های مختلف به عمل آوردند. آن‌ها یک مکانیزم لنگ- لغزنده را در دو حالت با و بدون روغن‌کاری مفصل در نظر گرفتند و دریافتند که در حالت مدل روغن‌کاری هیدرودینامیک برای مفصل، مقادیر ماکزیمم نیروهای ضربه‌ای در مفصل کاهش می‌یابند. تیان و همکارانش [11] نیز دینامیک مکانیزم‌های فضایی و لقی مفصل کروی را در دو حالت تماس با روغن‌کاری و تماس خشک مورد بررسی قرار دادند. برای تماس خشک، آن‌ها نیروی تماسی را بر اساس قانون تماس هرتز و با افزودن جملهٔ میرایی به سبب اتلاف انرژی به دست آوردند. نیروی اصطکاکی در محل مفصل نیز بر اساس رابطهٔ اصطکاک کولمب (Coulomb's friction) به‌دست‌آمده است. درحالی‌که در حالت روغن‌کاری مفصل، نیروهای مفصل را با استفاده از معادلهٔ رینولدز (Reynolds' equation) به دست آوردند. اولیایی و قضاوی [12] نیز به تحلیل مکانیزم لنگ- لغزنده دارای یک مفصل لق پرداختند و سپس با استفاده از یک روش کنترلی، ضربات موجود در محل مفصل لق را کاهش دادند. ارکایا و اوزمای [13] هم با استفاده از مدل لنکرانی- نیک‌روش به تحلیل مکانیزم لنگ- لغزنده دارای دو مفصل پرداختند و اثرات آن را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند. ارکایا همچنین در پژوهش دیگری به بررسی مشخصّه‌های ارتعاشی مکانیزم دارای مفصل لق پرداخت [14]. واردی و همکارانش [15,16] نیز با تحلیل مکانیزم لنگ- لغزنده دارای مفاصل لق، به بهینه‌سازی سینماتیکی و دینامیکی آن جهت کاهش اثرات نامطلوب لقی پرداختند.

اما نکته قابل‌توجّهی که در کارهای ذکر شده فوق وجود دارد این است که تقریباً در همه آن‌ها، مؤلفین لقی مفاصل را در مکانیزم‌های صفحه‌ای و یک درجهٔ آزادی لنگ- لغزنده و چهارمیله‌ای مورد بررسی قرار داده‌اند و کارهای انجام شده بر روی مکانیزم‌های فضایی و یا مکانیزم‌های صفحه‌ای با درجهٔ آزادی بالاتر انگشت‌شمار است. ازجمله این کارها، می‌توان به فلورز و همکارانش [17] اشاره کرد که لقی مفصل لولایی را در یک مکانیزم فضایی بررسی کردند و یا تیان و همکارانش [18] که لقی یک مفصل استوانه‌ای را مورد بحث قرار دادند. همچنین فرج‌تبار و همکارانش [19] و واردی و همکارانش [20] نیز بر روی مکانیزم صفحه‌ای 3RRR دارای مفاصل لق، کارهای متفاوت تحلیلی و طراحی انجام دادند.

مقایسهٔ ربات‌های سری و موازی نشان می‌دهد که یکی از مزایای زنجیره‌های موازی دقّت موقعیت‌یابی است؛ بنابراین بررسی عوامل کاهش دقّت در این ربات‌ها امری ضروری است. یکی از این ربات‌های موازی پرکاربرد در صنعت، ربات موازی 3R$\underline{P}$R است که در این مقاله مورد توجّه قرار گرفته است. این ربات سبک با توجّه به ساختار میله بندی موازی آن در کاربردهای سریع و یا حتی بسیار سریع می‌تواند به‌خوبی به کار گرفته شود. پایداری ربات‌های موازی حتی زمانی که به نظر اجزای ساختار آن از صلبیت برخوردار نباشند توسط محقّقان بررسی و تحسین شده است [21]. پایداری بالا و دقّت قابل‌قبول ایجاد شده به دلیل سفتی بالای ساختار متحرک ربات در کنار مزیت سرعت، آن را گزینهٔ ایده‌آلی برای کاربردهایی نظیر فرایندهای مونتاژ و دمونتاژ، گذاشت و برداشت می‌کند. در این مقاله، به بررسی اثرات لقی مفاصل لولایی در رفتار دینامیکی ربات موازی صفحه‌ای 3R$\underline{P}$R پرداخته می‌شود. تحلیل‌های متنوع سرعت، شتاب در راستای ارتقای کیفیّت عملکرد ربات با نگاه خاص به کاربرد صنعتی اشاره شده صورت می‌گیرد. در انتها، ازآنجاکه وجود لقی در مفاصل باعث ایجاد تغییرات با فرکانس بالا در حرکت اعضا می‌شود، تحلیل فرکانسی صورت می‌گیرد. این تحلیل که با استفاده از سیگنال شتاب مجری نهایی حاصل می‌شود نمایشگر رفتار یک مکانیزم در حضور لقی است.

ربات موازی صفحه‌ای 3RP̲R

شکل (۲) ربات موازی صفحه‌ای 3RP̲R را که با احتساب زمین دارای هشت عضو است، نشان می‌دهد. این مکانیزم دارای یک صفحه کاری است که با استفاده از سه ساق به زمین متصل شده است. صفحه کاری یک مثلث متساوی‌الاضلاع به طول L_3 است که نقطه وسط آن (C) به‌عنوان نقطه موردنظر برای تولید مسیر در نظر گرفته می‌شود. هرکدام از ساق‌ها نیز دارای دو عضو می‌باشند که به‌وسیله مفاصل کشویی به هم مرتبط‌اند. سه ساق‌ها ربات از دو انتها با استفاده از مفاصل لولایی به صفحه ثابت (زمین) و صفحه کاری متصل شده‌اند. ربات موردبحث با وجود هشت عضو صلب و نه مفصل (لولایی و کشویی)، دارای ۳ درجهٔ آزادی است. بنابراین، با توجّه به تعداد درجات آزادی مکانیزم، سه محرک در مفاصل کشویی (مفاصل A_1، A_2 و A_3) قرار داده شده است. به‌غیراز مفاصل محرک، بقیه مفاصل که شامل همه مفاصل لولایی است دارای لقی هستند [22]. به ازای هر مفصل لولایی لق، دو درجهٔ آزادی به سیستم اضافه می‌شود و همین امر روند انجام تحلیل‌های سینماتیکی و دینامیکی را پیچیده‌تر از حالت ایده‌آل (بدون لقی) می‌کند.



شکل «۲»: ربات موازی صفحه‌ای 3RP̲R دارای شش مفصل لق

با استفاده از مختصات نقاط $C_i\ (i=1,2,3)$ و $A_i\ (i=1,2,3)$ در هر ساق، می‌توان اندازه فواصل $A_iC_i\ (i=1,2,3)$ و در نتیجه میزان جابه‌جایی‌های مفاصل کشویی (سیلندر-پیستون‌ها) را به دست آورد:

$$(x_{C_i}-x_{A_i})^2+(y_{C_i}-y_{A_i})^2=(\overline{A_iC\ })^2 \quad i=1,2,3 \qquad (۱)$$

که مختصات نقاط $C_i\ (i=1,2,3)$ را می‌توان بر اساس مختصات نقطه C مجری نهایی نوشت. در نتیجه با اطّلاع از x_C و y_C خواهیم داشت:

$$x_{C_1}=x_C+(\overline{CC_1})\cos\left(\varphi+\frac{7\pi}{6}\right) \qquad (۲)$$
$$y_{C_1}=y_C+(\overline{CC_1})\sin\left(\varphi+\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$x_{C_2}=x_C+(\overline{CC_2})\cos\left(\varphi+\frac{11\pi}{6}\right) \qquad (۳)$$
$$y_{C_2}=y_C+(\overline{CC_2})\sin\left(\varphi+\frac{11\pi}{6}\right)$$

$$x_{C_3}=x_C+(\overline{CC_3})\cos\left(\varphi+\frac{15\pi}{6}\right) \qquad (٤)$$
$$y_{C_3}=y_C+(\overline{CC_3})\sin\left(\varphi+\frac{15\pi}{6}\right)$$

همچنین فاصلهٔ $\overline{CC_i}$ را نیز می‌توان بر اساس طول ضلع مثلث و به‌صورت $L_3/\sqrt{3}$ محاسبه نمود.

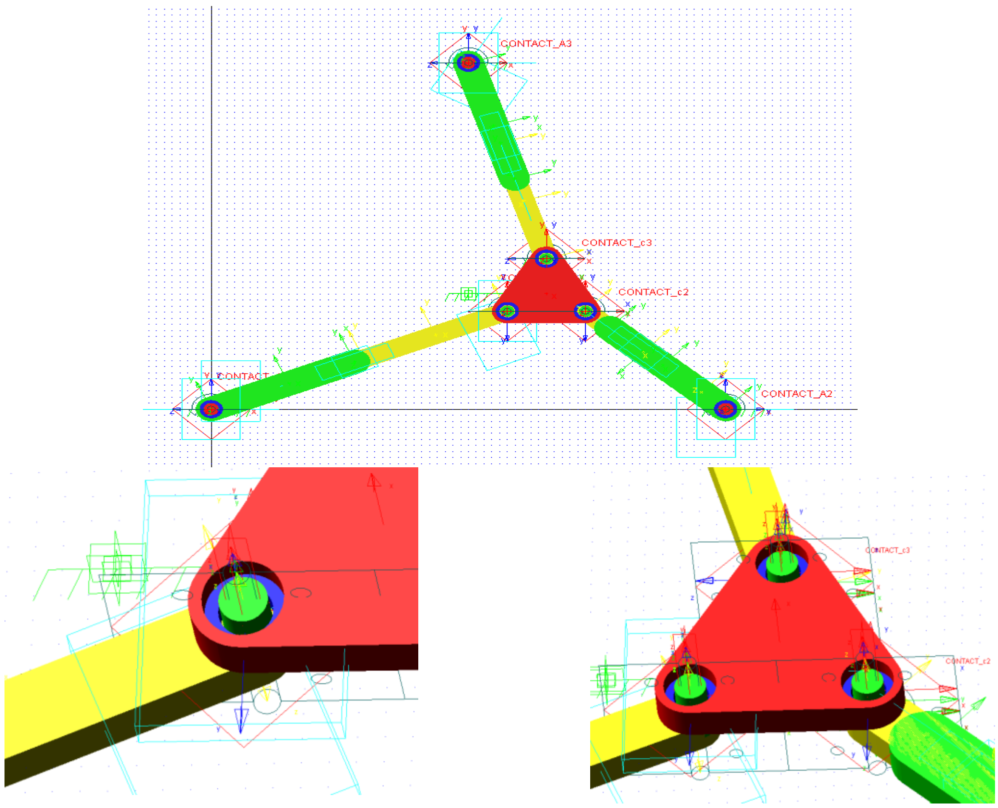
معادلهٔ (۱) می‌تواند به‌عنوان معادلات سینماتیک مستقیم و معکوس این ربات مورد استفاده قرار گیرد. مسئله سینماتیک معکوس، شامل محاسبهٔ مقادیر جابه‌جایی مفاصل کشویی و یا فواصل $A_iC_i\ (i=1,2,3)$ بر اساس اطّلاع از موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی (x_C, y_C, φ) است. در واقع با مشخص بودن موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی (x_C, y_C, φ) و با استفاده از معادلات (۳-۱) می‌توان موقعیت‌های x_{C_i} و y_{C_i} را برای هر سه ساق محاسبه نمود. در نتیجه، ازآنجاکه موقعیت سه تکیه‌گاه A_i نیز از هندسه ربات مشخص است، می‌توان با استفاده از معادلهٔ (۱)، طول هر یک از ساق‌ها و یا به عبارتی طول مفاصل کشویی

ربات را در هر لحظه به دست آورد. این روابط نشان می‌دهد حل سینماتیک معکوس این ربات موازی به‌راحتی قابل دستیابی است. حل سینماتیک مستقیم این ربات، که شامل استخراج موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی (x_C, y_C, φ) بر اساس اطّلاع از مقادیر جابه‌جایی مفاصل کشویی است، با دشواری‌هایی همراه است. زیرا معادلهٔ (۱) برای سه ساق به یک دستگاه معادلات غیرخطی سه معادله و سه مجهول تبدیل می‌شود که برای حل آن باید از ترکیبی از روش‌های تحلیلی و عددی استفاده نمود. روش‌هایی نظیر نیوتون-رافسون (Newton-Raphson Method)، هوموتوپی کانتینوایشن (Homotopy Continuation Method)، روش عدد بزوت (Bezout number) ، برنامه‌ریزی خطی تکراری و یا ترکیبی از این روش‌ها می‌تواند برای حل معادلات سینماتیک مستقیم ربات‌های موازی مورد استفاده قرار گیرد [23-26].

در این مقاله، همه مفاصل لولایی ربات 3RPR، لق در نظر گرفته می‌شوند که در این صورت پیچیدگی روابط سینماتیکی و دینامیکی ربات بسیار افزایش می‌یابد. در نتیجه در اینجا برای بررسی اثرات لقی مفاصل لولایی از نرم‌افزار تحلیل دینامیکی آدامز استفاده می‌شود. محقّقان از نرم‌افزار آدامز در شبیه‌سازی و تحلیل ربات‌های موازی استفاده کرده‌اند [27-29]. نتایج بیانگر کیفیت بالا و قابل‌اعتماد بودن نرم‌افزار مذکور در تحلیل دینامیکی این ربات‌ها است.

مدل‌سازی ربات 3R<u>P</u>R در نرم‌افزار آدامز

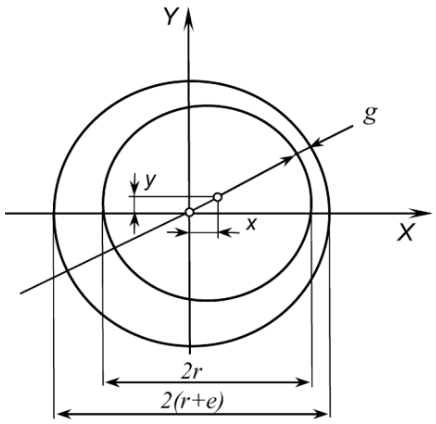
شکل (۳) مدل‌سازی ربات صفحه‌ای 3R<u>P</u>R را در نرم‌افزار آدامز از نماهای مختلف نشان می‌دهد. مطابق شکل همه مفاصل لولایی به‌صورت لق مدل شده‌اند و عضوها صلب در نظر گرفته می‌شوند. حداکثر لقی مفاصل به اندازه 1 mm در نظر گرفته می‌شود.



شکل «۳»: مدل‌سازی ربات 3R<u>P</u>R دارای مفاصل لق در آدامز

مدل‌سازی لقی مفاصل. در مکانیزم‌های صفحه‌ای، لقی هرکدام از مفاصل لولایی دو درجهٔ آزادی به سیستم اضافه می‌کند که می‌تواند شامل جابه‌جایی‌های افقی و عمودی مرکز پین نسبت به مرکز یاتاقان در جهات x و y باشد (شکل ٤). در حین تماس، برهم‌کنش سطوح در مفصل بر اساس نیروهای قائم و مماسی در نقطه تماس است. با توجّه به شکل (٤)، اگر اختلاف شعاع سطوح به اندازه e باشد، رابطهٔ زیر را می‌توان به‌عنوان فاصله بین دو سطح برحسب جابه‌جایی‌های x و y نوشت [26]:

$$g = e - \sqrt{x^2 + y^2} \tag{٥}$$



شکل «٤»: مرکز لولایی صفحه‌ای دارای لقی

در معادلهٔ (٥)، اگر $g > 0$ باشد بدین معناست که تماسی بین سطوح وجود ندارد و نیروی تماسی صفر است. در حالت $g = 0$ دو سطح با هم در تماس‌اند (بدون فرورفتگی) و وقتی $g < 0$ باشد سطوح درهم‌فرورفته‌اند. مهم‌ترین نکته‌ای که در مدل‌سازی باید مورد توجّه قرار گیرد نحوه مدل‌کردن مفاصل لق و انتخاب مدل تماسی مناسب است.

مدل‌سازی تماس. در نرم‌افزار آدامز از دو روش برای تعریف تماس بین سطوح استفاده می‌شود (شکل ٥) که مدل ضربه (Impact) و مدل استرداد (Restitution) از آن جمله‌اند. البتّه مطابق شکل (٥)، کاربر نیز می‌تواند هر مدل دیگری را مورد استفاده قرار دهد. در این مقاله از روش تماسی بر اساس تابع ضربه (IMPACT-Function-Based Contact) استفاده می‌شود.

رابطهٔ نیروی نرمال در نقطه تماس شامل دو مؤلفه است. در این رابطهٔ علاوه بر اثر کشسانی (الاستیک)، اثر میرایی (دمپینگ) نیز وارد معادلهٔ شده است. نیروی کشسانی بر پایه قانون هرتز تابعی از میزان فرورفتگی سطوح $(\delta = -g)$ بوده و نیروی میرایی نیز تابعی از سرعت فرورفتگی سطوح $(\dot{\delta})$ است. بنابراین رابطهٔ نیروی نرمال در نرم‌افزار آدامز را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت [30]:

$$\begin{cases} F_N = K\delta^n + STEP\left(\delta, 0, 0, d_{max}, C_{max}\right)\dot{\delta}, & \delta > 0 \\ 0, & \delta \le 0 \end{cases} \tag{٦}$$

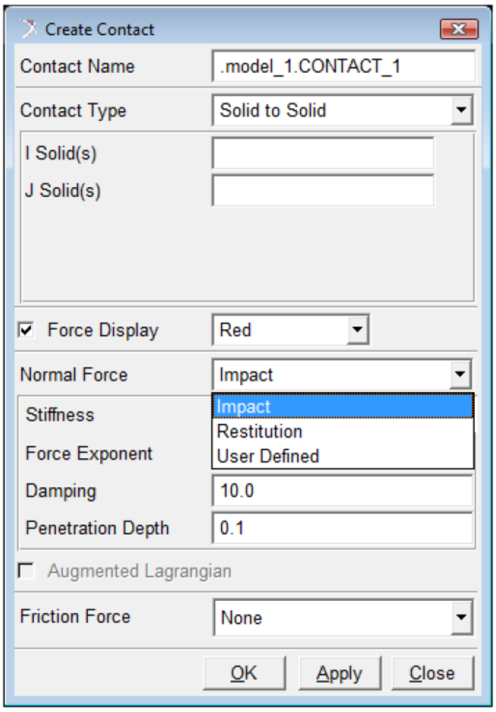
که K ضریب سفتی است و مقدار آن به هندسه صفحات تماسی و خواص فیزیکی آن‌ها بستگی دارد.

$$K = \frac{4}{3\pi\left(h_i + h_j\right)}\sqrt{\frac{R_i R_j}{R_i + R_j}} \qquad h_k = \frac{1 - v_k^2}{\pi E_k}, \qquad k = i, j \tag{٧}$$

که R_i، v_i و E_i به‌ترتیب شعاع، ضریب پواسون و مدول کشسانی جسم iام است. مقدار توان n نیز بر اساس مواد مورد استفاده در صفحات در حال تماس تعیین می‌شود (برای صفحات فلزی n برابر 1.5 است). در نرم‌افزار آدامز، ضریب دمپینگ نیز به‌صورت تابع پلهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$STEP(\delta, 0, 0, d_{max}, C_{max}) = \begin{cases} 0, & \delta \le 0 \\ C_{max}\left(\frac{\delta}{d_{max}}\right)^2\left(3 - 2\frac{\delta}{d_{max}}\right) & 0 < \delta < d_{max} \\ C_{max} & \delta \ge d_{max} \end{cases} \tag{٨}$$

در رابطهٔ فوق d_{max} عددی مثبت و حقیقی است (تقریباً 0.01 mm) که فرورفتگی معیّنی را برای اعمال ماکزیمم مقدار ضریب دمپینگ C_{max} مشخص می‌کند.



شکل «۵»: نحوهٔ تعریف تماس بین سطوح در آدامز

شبیه‌سازی و نتایج

ربات موازی صفحه‌ای 3RPR شکل (۲) را با داده‌های جدول (۱) در نظر بگیرید. شعاع یاتاقان و انـدازه لقـی برای هر شش مفصل لولایی لق یکسان است. به‌عـلاوه فاصله بین تکیه‌گاه‌های A_1، A_2 و A_3 با یکـدیگر برابـر 660 mm اسـت. در واقـع ایـن سـه تکیـه‌گـاه، مثلثی متساوی‌الاضلاع تشکیل می‌دهند که قاعدهٔ آن بـر روی محور x قرار دارد.

جدول «۱»: پارامترهای ربات صفحه‌ای 3RPR

جرم مجری نهایی	$0.2\ kg$
طول ضلع مجری نهایی	$100\ mm$
حداکثر کورس سیلندر	$200\ mm$
طول ضلع صفحه ثابت (A_iA_{i+1})	$660\ mm$
چگالی اعضا	$2270\ kg/m^3$
مدول الاستیک اعضا	$73\ GPa$
ضریب پواسون اعضا	0.3

فرض مـی‌شـود نقطـهٔ C از مثلـث مجـری نهـایی دایره‌ای به مرکز (0.33 m, 0.1905 m) و شـعاع 0.1 m را طـی کنـد. در نتیجـه مـی‌تـوان مقـادیر ورودی محرک‌های کشویی را در حالت ایـده‌آل (بـدون لقـی)، بـا اسـتفاده از معادلـهٔ ۱ (سـینماتیک معکـوس) و مشتق‌گیری از آن به دست آورد. حال با توجّه به اطّلاع از ورودی محرک‌ها، این مقادیر در نرم‌افزار آدامـز وارد شـده و دینامیـک حرکـت ربـات مـورد بررسـی قـرار می‌گیرد. قبل از استخراج و بررسی نتـایج شـبیه‌سـازی باید از صحت مـدل‌سـازی ربـات در نـرم‌افـزار آدامـز اطمینان حاصل نمود. بدین منظور، شتاب مجری نهایی ربـات بـدون در نظر گـرفتن لقـی مفاصـل از سـه راه مختلف با هم مقایسه می‌شود:

۱- حل سینماتیک ربات در حالت ایده‌آل (بدون لقـی به‌صورت تحلیلی؛

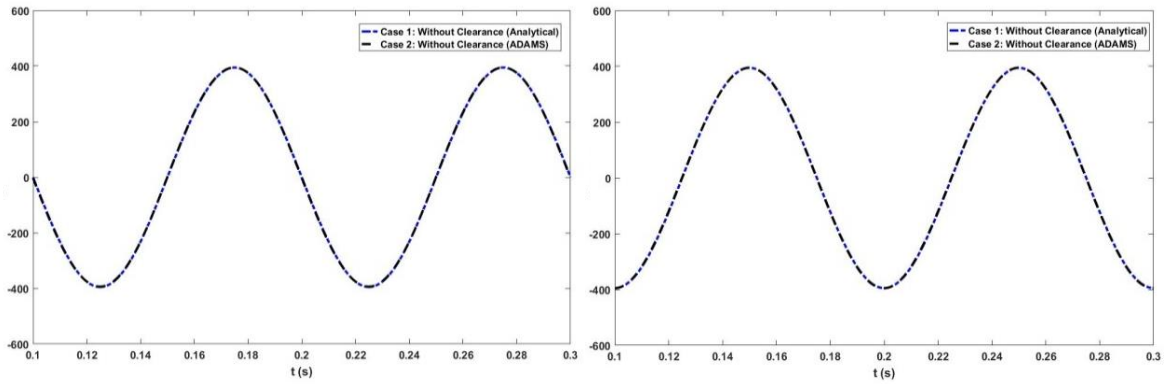
۲- مدل‌سازی ربات بـدون لقـی مفاصـل در نـرم‌افـزار آدامز؛

۳- مدل‌سازی ربات دارای مفاصل لق در نرم‌افزار آدامز و درنظرگرفتن مقدار بسیار کوچکی بـرای انـدازه لقـی (0.0001 mm).

شکل (٦) نمودارهای شتاب در دو راسـتای x و y را برای دو حالت اوّل (حل تحلیلی و حل با نـرم‌افـزار آدامز بدون در نظر گرفتن لقی مفاصل) با هـم مقایسـه می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود دو نمودار دقیقـه بر روی‌هـم منطبـق شـده‌انـد و ایـن امـر نشـان‌دهنـده مدل‌سازی صحیح ربات در نـرم‌افـزار آدامـز در حالـت بدون لقـی اسـت. همچنـین در شـکل (۷) نمودارهـای شتاب در حالت‌های ۲ و ۳ بـا هـم مقایسـه مـی‌شـوند. همان‌طور که بیان شد در هـر دو ایـن حـالات از حـل نرم‌افزار آدامز استفاده می‌شود، بـا ایـن تفـاوت کـه در حالت ۳ ربات با در نظر گرفتن لقی مفاصل مدلسـازی می‌شود و در شبیه‌سازی، اندازه کوچکی بـرای لقـی در نظر گرفته می‌شود.

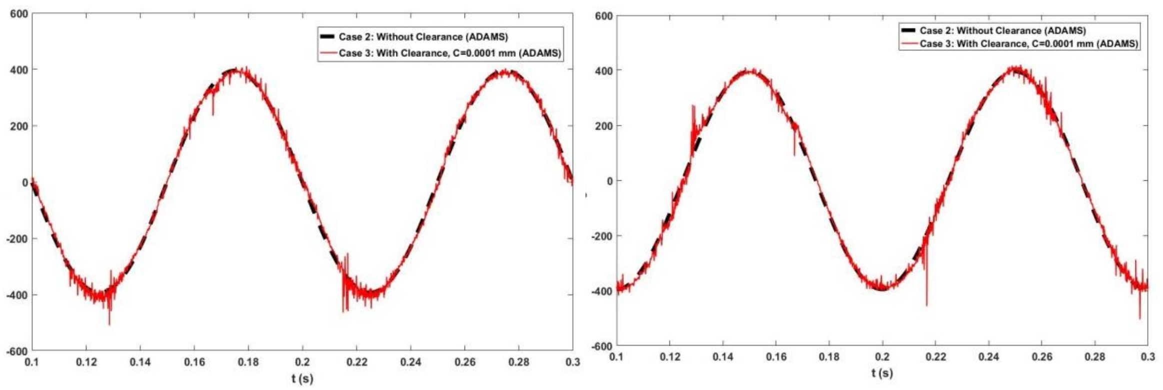
مشاهدهٔ شکل (۷) نیز نشان می‌دهد کـه نمودارهـا بسیار بـه هـم نزدیـک هسـتند. نیروهـای ضـربه‌ای در مفاصل، مطابق انتظار انحرافی را به‌صورت سـیگنالی از خطا در نمودارهـا ایجـاد مـی‌کننـد کـه ناشـی از لقـی 0.0001 میلی‌متری در مفاصل است. بنـابراین مـی‌تـوان بر درستی مدل‌سازی نرم‌افـزاری و کـارکرد مناسـب آن صـحه گذاشـت. حـال و پـس از اطمینـان از صـحت مدل‌سازی ربات در نرم‌افـزار آدامـز، مـی‌تـوان اعتمـاد بیشتری به نتایج حاصله داشت.

شکل (۸) به بررسی موقعیـت مکـانی مرکـز جـرم مجری نهـایی (نقطـه C) در سـه مقـدار لقـی مختلـف مـی‌پـردازد (Cl=1mm, 0.5 mm , 0.00001mm). بـا توجّه به این نمودارها، می‌توان دریافت کـه بـا افـزایش اندازه لقی مفصل، میزان خطا نسـبت بـه حالـت بـدون لقی افزایش می‌یابد. همچنین موقعیت زاویه‌ای مجـری نهایی در شکل (۸) به شکل واضـح‌تـری تـأثیر لقـی را نمایش می‌دهد. تغییرات دوران در ربات موازی مذکور می‌تواند به‌راحتی عملکـرد ربـات را زیـر سـؤال ببـرد. بنابراین اگر از مکانیزم موردنظر بـرای تولیـد مسـیر بـا دقّت بالا استفاده می‌شود باید به اثـرات لقـی در ایجـاد خطا توجّه ویژه‌ای داشت.



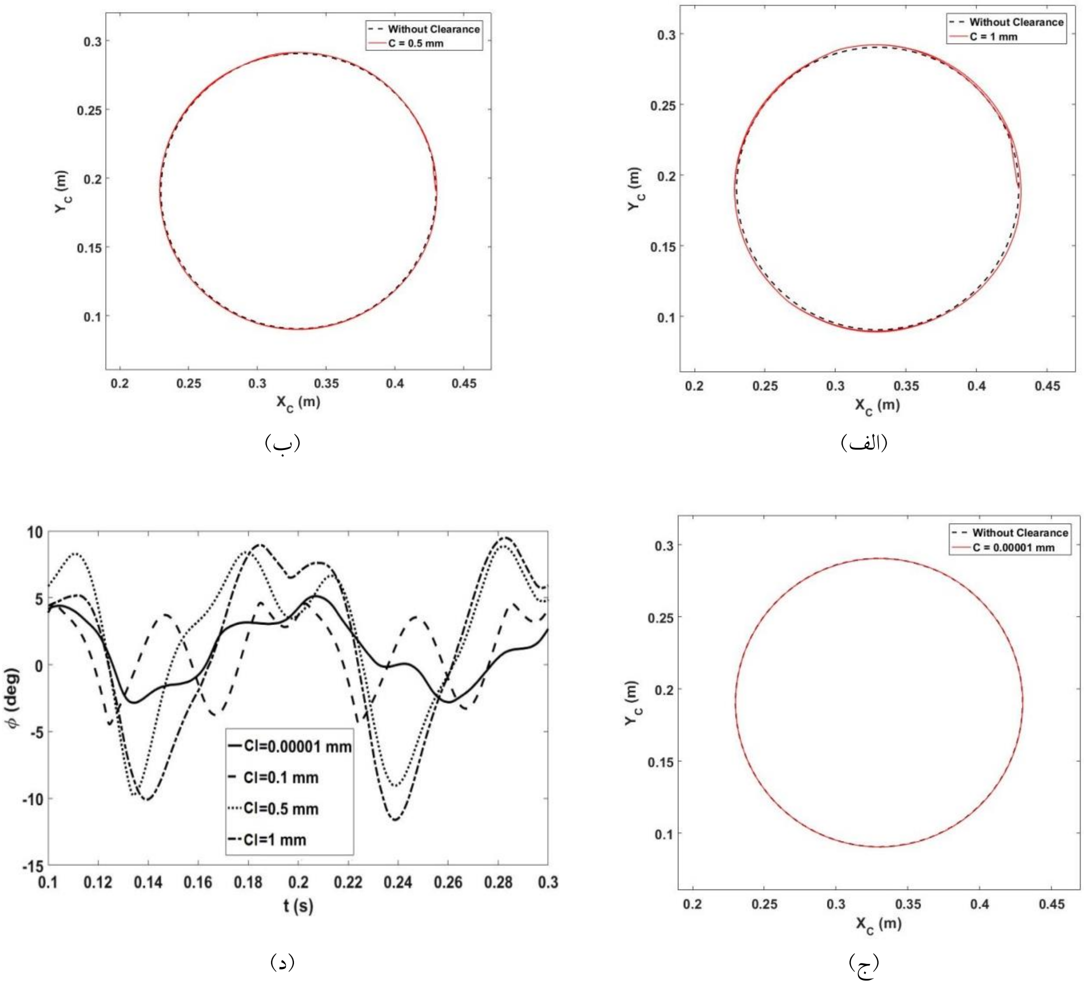
(ب)　　　　(الف)

شکل «۶»: مقایسهٔ شتاب خطی مرکز جرم مجری نهایی در حالت ۱ و ۲: (الف) شتاب راستای محور x (ب) شتاب راستای محور y



(ب)　　　　(الف)

شکل «۷»: مقایسهٔ شتاب خطی مرکز جرم مجری نهایی در حالت ۲ و ۳ : (الف) شتاب راستای محور x (ب) شتاب راستای محور y

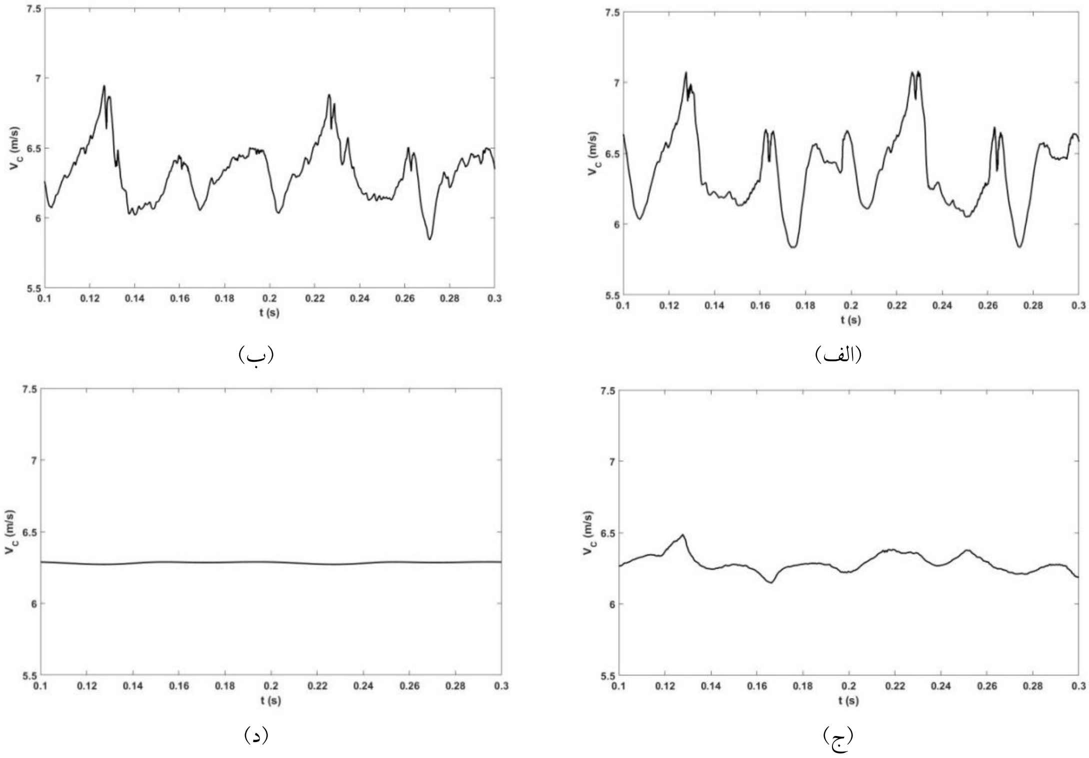


شکل «۸»: مقایسهٔ جابه‌جایی مرکز جرم و دوران مجری نهایی در لقی‌های مختلف: (الف) جابه‌جایی مرکز جرم در Cl=1 mm (ب) جابه‌جایی مرکز جرم در Cl=0.5 mm (ج) جابه‌جایی مرکز جرم در Cl=0.00001 mm (د) تغییرات دوران مجری نهایی در لقی‌های مختلف

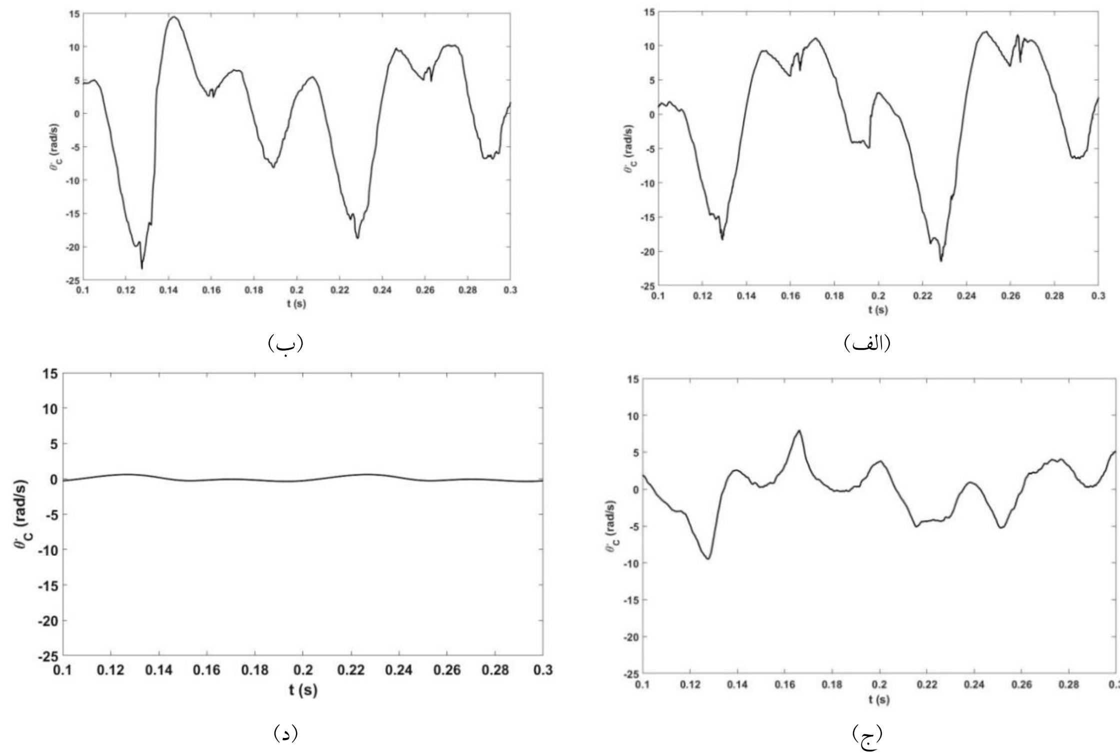
در شکل‌های (۹ و ۱۰) به بررسی تغییرات سرعت‌های خطی و زاویه‌ای در لقی‌های مختلف در بازه زمانی 0.2s حرکت پرداخته شده است. در این دو شکل نیز می‌توان مشاهده نمود که سرعت‌ها با افزایش اندازه لقی مفاصل، نسبت به حالت ایده‌آل (بدون لقی) اختلاف بیشتری نشان می‌دهند. پروفیل سرعت هموار مکانیزم بدون لقی در لقی یک میلی‌متر تا حدود 1m/s انحراف نشان می‌دهد.

در شکل‌های (۱۳-۱۱) نیز مقادیر شتاب‌های خطی و زاویه‌ی مجری نهایی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. بدیهی است تغییرات ناگهانی و با دامنهٔ بالای شتاب می‌تواند موجب افزایش نیرو و ضربه در مکانیزم شود. این امر همچنین، افزایش ارتعاشات، ایجاد سروصدا و خوردگی یاتاقان‌ها را در پی خواهد داشت.

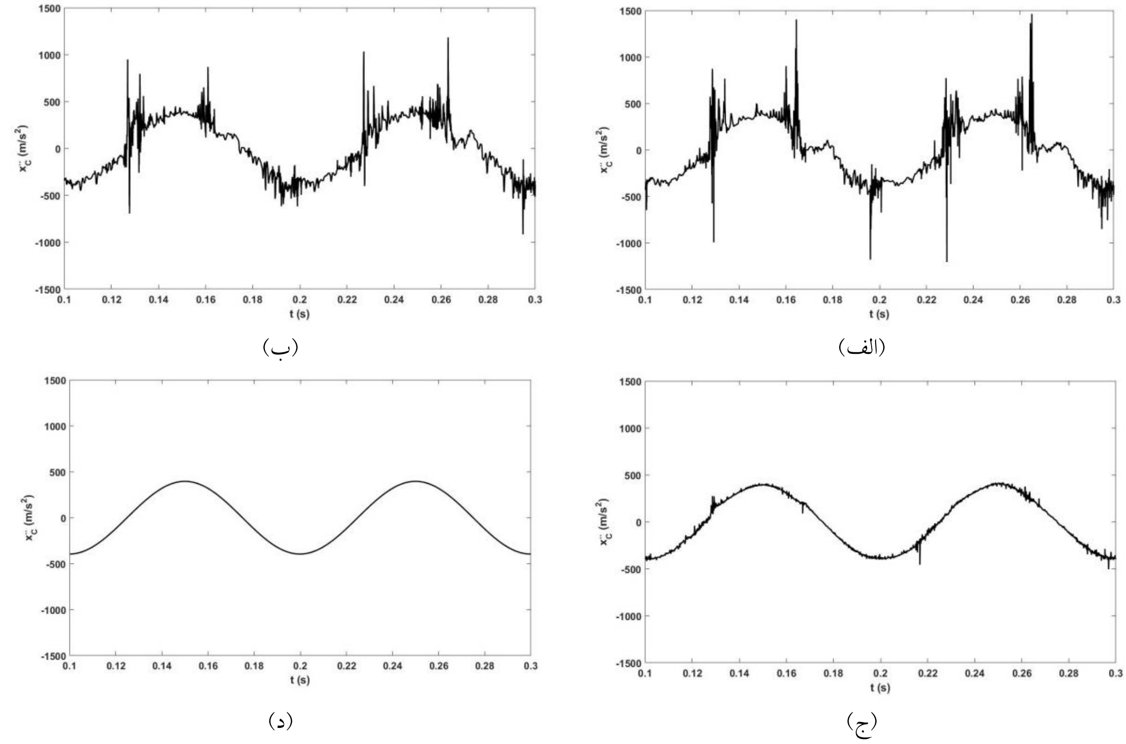
در شکل‌های (۱۳-۱۱) نمودارهای شتاب خطی مجری نهایی در دو راستای x و y برای لقی‌های مختلف با هم مقایسه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش اندازه لقی مفاصل، مقادیر بیشینه شتاب مرکز جرم مجری نهایی افزایش چشم‌گیری پیدا می‌کند. این اثر در شکل (۱۳) و در مقایسهٔ شتاب‌های زاویه‌ای نیز دیده می‌شود. در نتیجه، در حالت وجود لقی در مفاصل، باید به تغییرات شتاب اعضا توجّه بیشتری نمود تا بتوان از اثرات مخرب آن پیشگیری نمود.



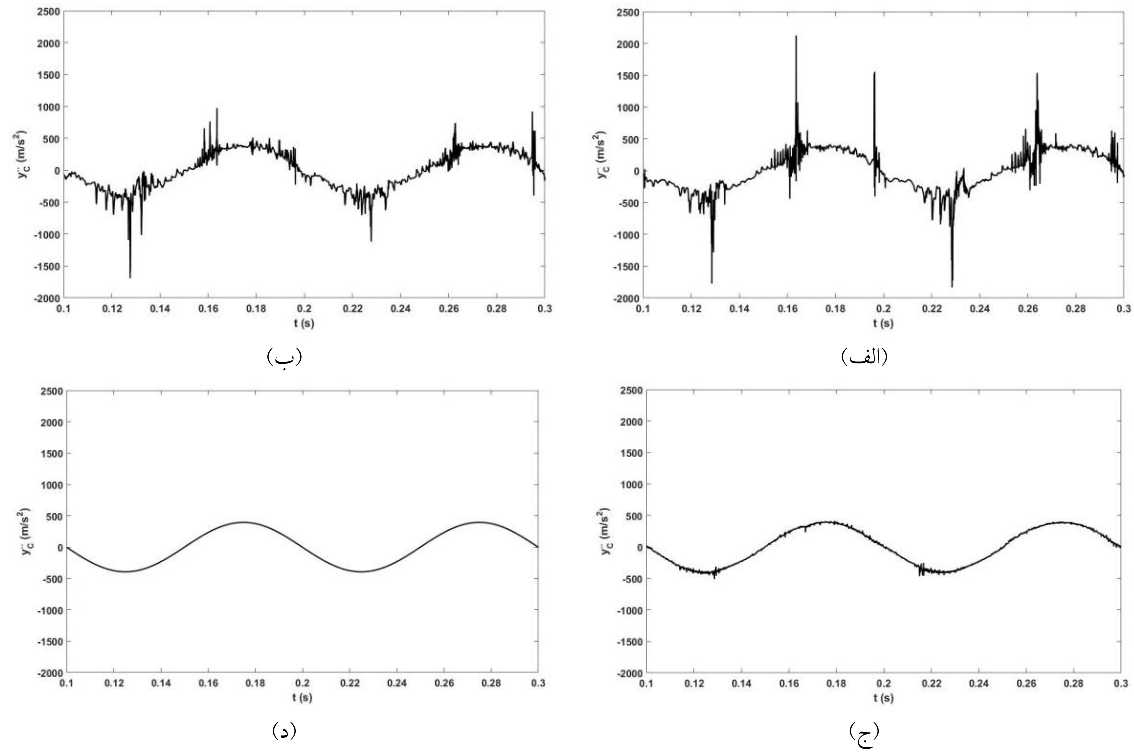
شکل «۹»: مقایسهٔ اندازه سرعت خطی مرکز جرم مجری نهایی در لقی‌های مختلف: (الف) Cl=1 mm (ب) Cl=0.5 mm
(ج) Cl=0.00001 mm (د) حالت ایده‌آل



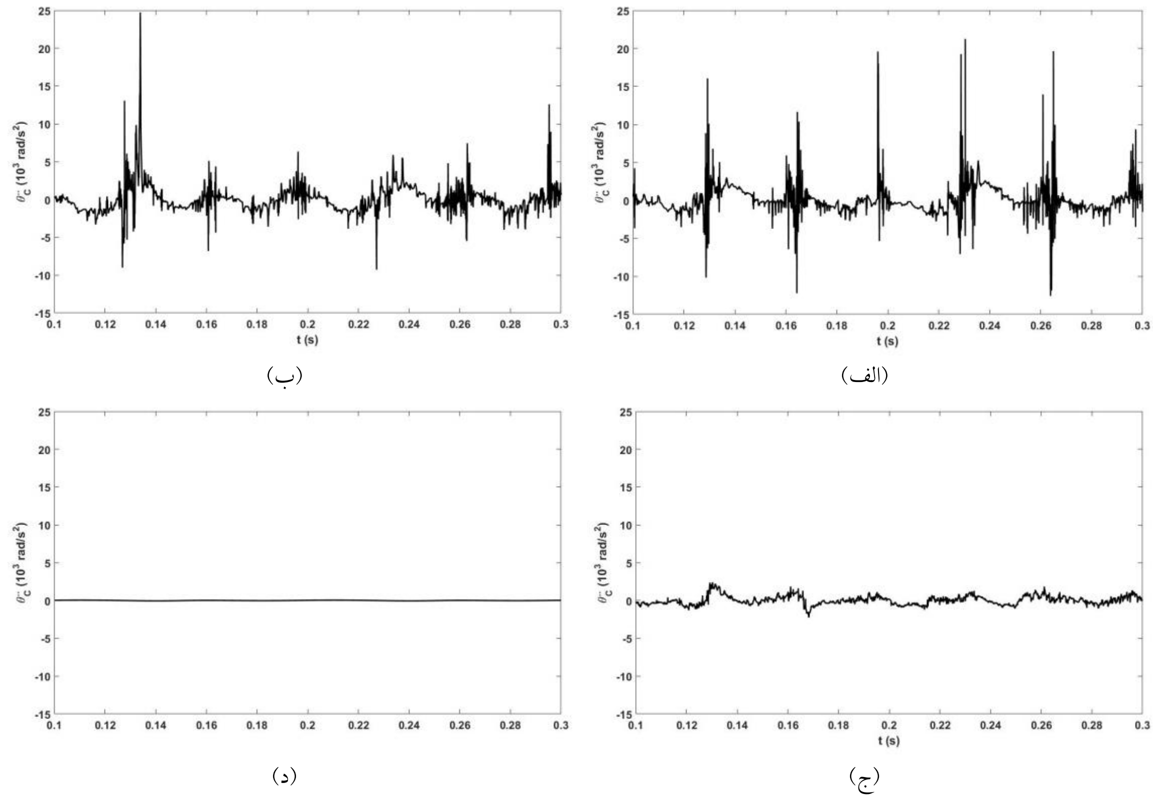
شکل «۱۰»: مقایسهٔ سرعت زاویه‌ای مجری نهایی در لقی‌های مختلف: (الف) Cl=1 mm (ب) Cl=0.5 mm
(ج) Cl=0.00001 mm (د) حالت ایده‌آل



شکل «۱۱»: مقایسهٔ شتاب راستای x مرکز جرم مجری نهایی در لقی‌های مختلف: (الف) Cl=1 mm (ب) Cl=0.5 mm
(ج) Cl=0.00001 mm (د) حالت ایده‌آل



شکل «۱۲»: مقایسهٔ شتاب راستای y مرکز جرم مجری نهایی در لقی‌های مختلف: (الف) Cl=1 mm (ب) Cl=0.5 mm
(ج) Cl=0.00001 mm (د) حالت ایده‌آل

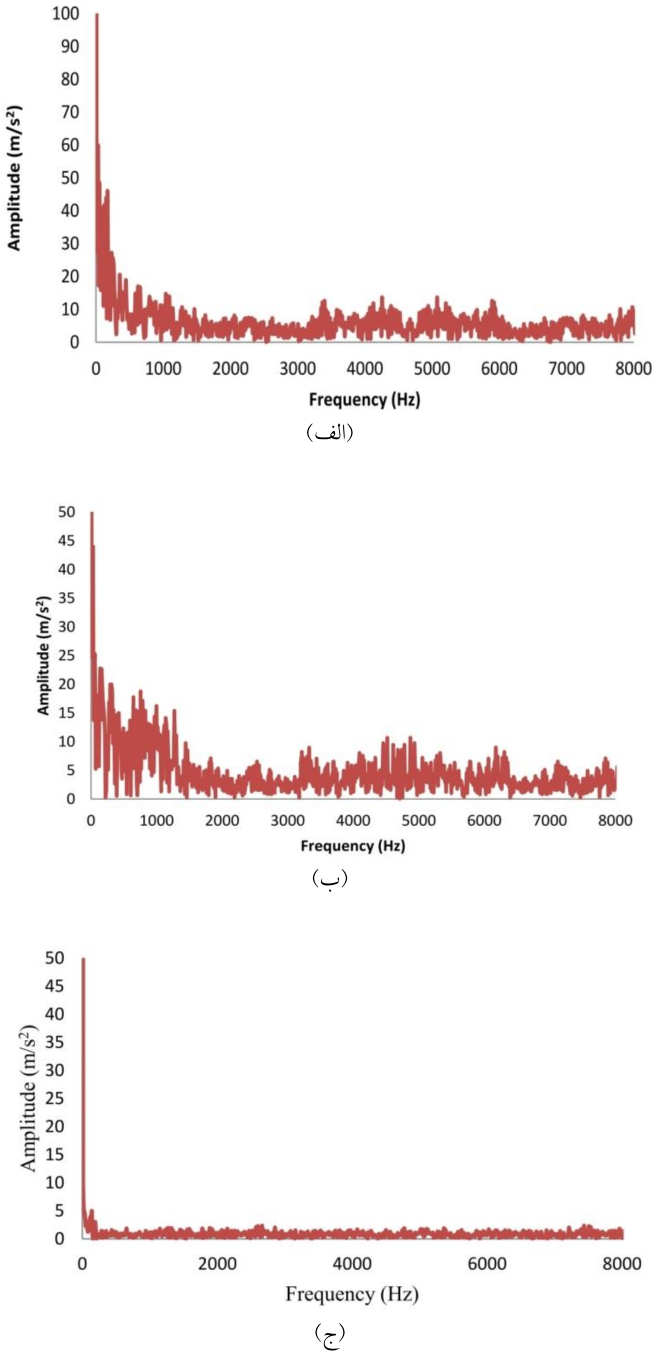


شکل «۱۳»: مقایسهٔ سرعت زاویه‌ای مجری نهایی در لقی‌های مختلف: (الف) Cl=1 mm (ب) Cl=0.5 mm
(ج) Cl=0.00001 mm (د) حالت ایده‌آل

تحلیل فرکانسی با استفاده از روش FFT

تبدیل فوریه سریع (Fast Fourier Transform) یا FFT یکی از مهم‌ترین الگوریتم‌های مورد استفاده در پردازش سیگنال و آنالیز داده‌ها در یک سیستم ارتعاشی است و برای تعیین فرکانس های غالب یک سیگنال ارتعاشی به کار گرفته می‌شود [31, 32]. در مورد اثرات لقی مفاصل نیز اکثر تحلیل‌های دینامیکی انجام شده در حوزه زمان است [8-16, 28-30]. بنابراین، به دلیل تمرکز کمتر روی تجزیه‌وتحلیل در حوزه فرکانس در سیستم‌های دارای لقی مفاصل، در این بخش از FFT برای مطالعه این اثرات استفاده می‌شود. ازآنجاکه وجود لقی در مفاصل باعث ایجاد تغییرات با فرکانس بالا در شتاب اعضا می‌شود، از سیگنال شتاب مجری نهایی برای تحلیل حوزه فرکانسی و استخراج ویژگی‌های ارتعاشی سیستم استفاده می‌شود.

نتایج آنالیز FFT برای اندازهٔ لقی‌های مختلف در شکل (۱٤) ارائه شده است. این نمودارها نشان می‌دهند که بیشینه دامنه نوسان، که برای هر سه نمودار در محدوده بین ۱٤۰ تا ۱٦۰ هرتز است، با افزایش اندازه لقی افزایش می‌یابد. همان‌طور که در شکل (۱٤-الف) مشخص است، در اندازه لقی Cl=0.00001mm، بیشینهٔ دامنه در حوالی ۱٤۰ هرتز قرار دارد و قلّه دیگری در این نمودار مشاهده نمی‌شود. با افزایش اندازه لقی در شکل‌های (۱٤-ب و ج)، علاوه بر وجود مقدار ماکزیمم دامنه در حوالی فرکانس ۱٤۰ هرتز، قلّه‌های دیگری نیز تا فرکانس ۱٦۰ هرتز مشاهده می‌شوند. این امر بیانگر این واقعیت است که با افزایش اندازه لقی، هرچند مقادیر بیشینه شتاب‌ها و نیروها در مکانیزم افزایش می‌یابند، اما نوسانات سیستم کاهش می‌یابد. به‌عبارت‌دیگر، در اندازهٔ لقی‌های بالاتر مد تماسی در بازه‌های زمانی بیشتری رخ می‌دهد.



شکل «١٤»: نتایج آنالیز FFT بردار شتاب در اندازهٔ لقی‌های مختلف: (الف) لقی C=1 mm (ب) لقی C=0.5 mm (ج) لقی C=0.00001 mm

نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی اثرات لقـی مفاصـل لـولایی در سینماتیک حرکت ربات صفحه‌ای موازی ربات مـوازی صفحه‌ای 3RPR پرداخته شده است. ربـات مـوازی در نرم‌افزار تحلیل دینامیکی آدامز مدل‌سازی و شبیه‌سـازی شده است. نتایج حاصل شده بیانگر قابـل‌اعتمـاد بـودن مـدل نـرم‌افـزاری در تحلیـل دینـامیکی اسـت. نتـایج

شبیه‌سازی برای دو حالت ایده‌آل (بدون لقی) و حالت واقعی (با لقی) با هم مقایسه شده‌اند. نشان داده شده است که در صورت وجود لقی در مفاصل لولایی مقادیر سرعت و شتاب مجری نهایی (و دیگر اعضا) نسبت به حالت ایده‌آل افزایش می‌یابند. با افزایش اندازه لقی، اثرات نامطلوب که شامل خطای مسیر و افزایش ناگهانی شتاب‌ها است بیشتر می‌شود. همچنین وجود لقی، خطای ردگیری مسیر را نیز در پی خواهد داشت. انحراف دوران مجری نهایی در این حالت می‌تواند قابل توجّه باشد. در نتیجه، باید با استفاده از روش‌هایی مانند بهینه‌سازی جرمی و یا استفاده از روش‌های کنترلی برای کاهش این اثرات نامطلوب تلاش کرد.

واژه‌نامه

آدامز	ADAMS
اصطکاک کولمب	Coulomb’s Friction
تبدیل سریع فوریه	Fast Fourier Transform
جابجایی	Displacement
دینامیک	Dynamic
ربات موازی	Parallel Robot
سرعت	Velocity
سینماتیک	Kinematic
شتاب	Acceleration
عدد بزوت	Bezout number
لقی	Clearance
مجری نهایی	End-Effector
معادله رینولدز	Reynolds’ Equation
مفصل لولایی	Revolute Joint
مکانیزم	Mechanism
میرایی	Damping
نیوتون–رافسون	Newton-Raphson
هوموتوپی–کانتینوایشن	Homotopy Continuation

مراجع

1. Kolhatkar, S.A. and Yajnik, K.S., "The effects of play in the joints of a function-generating mechanism", *Journal of Mechanisms*, Vol. 5, pp. 521-632, (1970).
2. Dubowsky, S. and Freudenstein, F., "Dynamic analysis of mechanical systems with clearances, part 1: formulation of dynamic model", *Journal of Engineering for Industry*, 93(1), pp. 305–309, (1971).
3. Dubowsky, S. and Freudenstein, F., "Dynamic analysis of mechanical systems with clearances, part 2: dynamic response", *Journal of Engineering for Industry*, 93(1), pp. 310–316, (1971).
4. Earles, S.W.E. and Wu, C.L.S., "Motion analysis of a rigid link mechanism with clearance at a bearing using lagrangian mechanics and digital computation", *Mechanisms*, pp. 83–89, (1973).
5. Lankarani, H.M. and Nikravesh, P.E., "A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 112, pp. 369–376, (1990).
6. Hertz H., "*On the contact of solids, 1881, On the contact of rigid elastic solids and on hardness, 1882*", Translated by D.E. Jones, G.A. Schott, Miscellaneous Papers, MacMillan and Co. Ltd., London, pp. 146–183, (1896).
7. Flores, P. and Ambrosio J., "Revolute Joints with Clearance in Multibody Systems", *Journal of Computers & Structures*, Vol. 82, pp. 1359–1369, (2004).
8. Flores, P., Ambrosio, J. and Claro, J.P., "Dynamic Analysis for Planar Multibody Mechanical

Systems with Lubricated Joints", *Multibody System Dynamics*, Vol. 12, pp. 47–74, (2004).

9. Flores, P., Ambrosio, J., Claro, J.C.P., Lankarani, H.M. and Koshy, C.S., "A Study on Dynamics of Mechanical Systems Including Joints with Clearance and Lubrication", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 41, pp. 247–261, (2006).
10. Schwab, A.L., Meijaard, J.P. and Meijers, P., "A Comparison of Revolute Joint Clearance Models in the Dynamic Analysis of Rigid and Elastic Mechanical Systems", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 37, pp. 895–913, (2002).
11. Tian, Q., Zhang, Y., Chen, L. and Flores, P., "Dynamics of Spatial Flexible Multibody Systems with Clearance and Lubricated Spherical Joints", *Journal of Composite Structures*, Vol. 87, pp. 913–929, (2009).
12. Olyaei A.A. and Ghazavi M.R., "Stabilizing slider-crank mechanism with clearance joints", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 53, pp. 17–29, (2012).
13. Erkaya S. and Uzmay İ., "Experimental investigation of joint clearance effects on the dynamics of a slider-crank mechanism", *Multibody System Dynamics*, Vol. 24, pp. 81–102, (2010).
14. Erkaya S., "Prediction of vibration characteristics of a planar mechanism having imperfect joints using neural network", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 26 (5), pp. 1419-1430, (2012).
15. Varedi, S.M., Daniali, H.M., Dardel, M. and Fathi, A., "Optimal dynamic design of a planar slider-crank mechanism with a joint clearance", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 86, pp. 191–200, (2015).
16. Varedi, S.M., Daniali, H.M. and Dardel, M., "Dynamic synthesis of a planar slider–crank mechanism with clearances", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 79, pp. 1587–1600, (2015).
17. Flores, P., Ambrosio J., Claro, J.C.P. and Lankarani, H.M., Spatial revolute joints with clearance for dynamic analysis of multibody systems, Proc. Inst. Mech. Eng., Part-K: *Journal of Multi-body Dynamics*, 220(4), 257–271, (2006).
18. Tian, Q., Sun, Y., Liu, C., Hu, H. and Flores, P., "Elasto–hydrodynamic lubricated cylindrical joints for rigidflexible multibody dynamics", *Computers & Structures*, 114–115, 106–120, (2013).
19. Farajtabar M., Daniali H.M. and Varedi S.M., Pick and place trajectory planning of planar 3-RRR parallel manipulator in the presence of joint clearance, *Robotica*, (2015).
20. Varedi S. M., Daniali H.M. and Farajtabar M., "The effects of joint clearance on the dynamics of the 3RRR planar parallel manipulator", *Robotica*, (2016).
21. Bamdad, M. and Faroghi, S., "Stability measure for a parallel cable driven robot", *Modares Mechanical Engineering*, (2013).
22. Caro, S, Binaud, N. and Wenger, P, "Sensitivity analysis of 3-RPR planar parallel manipulators", *Journal of Mechanical Design, American Society of Mechanical Engineers*, Vol. 131, pp. 121005-1–121005-13, (2009).
23. Varedi, S.M., Daniali, H. and Ganji, D., "Kinematics of an offset 3-UPU translational parallel manipulator by the homotopy continuation method", *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 10(3), pp. 1767–1774, (2009).
24. Merlet, J.P., "Algebraic-Geometry Tools for the Study of Kinematics of Parallel Manipulators", *Computational Kinematics*, pp. 183-194, (1993).
25. Sadjadian, H. and Taghirad, H.D., "Comparison of Different Methods for Computing the Forward Kinematics of a Redundant Parallel Manipulator", *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 44(3),

pp. 225-246, (2005).

26. Korayem, M.H., Najafi, K. and Bamdad, M., "Synthesis of Cable Driven Robots Dynamic Motion with Maximum Load Carrying Capacities: Iterative Linear Programming Approach", *Scientia Iranica*, 17 (3B), pp. 229-239, (2010).
27. Korayem, M.H., Bamdad, M. and Akbareh, A., "Trajectory optimization of cable parallel manipulators in point-to-point motion", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 5, pp. 29-34, (2010).
28. Zhao, Y, Bai, Z.F., "Dynamics analysis of space robot manipulator with joint clearance", *Acta Astronautica*, 68(7), pp. 1147-55, (2011).
29. Tian, Q, Zhang, Y, Chen, L. and Flores, P., "Dynamics of spatial flexible multibody systems with clearance and lubricated spherical joints", *Computers & Structures*, 87(13), pp. 913-29, (2009).
30. Khemili, I. and Romdhane, L., "Dynamic analysis of a flexible slider–crank mechanism with clearance", *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 27, pp. 882–898, (2008).
31. Farokhzad, S., "Vibration Based Fault Detection of Centrifugal Pump by Fast Fourier Transform and Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System", *Journal of Mechanical Engineering and Technology*, Vol. 1 (3), pp. 82-87, (2013).
32. Lin, H.C., Ye, Y.C., Huang, B.J. and Su, J.L., "Bearing vibration detection and analysis using enhanced fast Fourier transform algorithm", *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 8(10), pp. 1–14, (2016).